

Blatt 1

- 1) Geben Sie die Menge  $\{x \mid x \text{ ist Primzahl} \wedge x \geq 3\}$  in aufzählender Darstellung an.
- 2) Geben Sie für die Menge  $\{1, 4, 27, 256, \dots\}$  eine beschreibende Darstellung an.
- 3) Es seien  $E, F$  und  $G$  Aussagen. Untersuchen Sie, ob die folgenden beiden logischen Ausdrücke äquivalent sind
 
$$((E \vee G) \vee F) \rightarrow (E \wedge G)$$

$$(E \leftrightarrow G) \wedge (F \rightarrow (E \wedge G)).$$
- 4) Es seien  $M$  und  $N$  Mengen und  $B(x, y)$  eine Aussageform ( $x \in M, y \in N$ ). Zeigen Sie, dass gilt
 
$$\neg(\exists x \in M \forall y \in N B(x, y)) \Leftrightarrow \forall x \in M \exists y \in N (\neg B(x, y)).$$
- 5) Untersuchen Sie mit Hilfe der Venn-Diagramme, welche der nachstehenden Folgerungen richtig oder falsch sind:
  - a)  $A \cap B = A \Rightarrow A \subseteq B$
  - b)  $A \setminus B = \emptyset \Rightarrow A = B$
  - c)  $A \subseteq B \subseteq C \Rightarrow C \setminus B \subseteq C \setminus A$ .
- 6) Beweisen Sie, dass für beliebige Mengen  $A$  und  $B$  die folgenden Aussagen äquivalent sind; zeigen Sie dazu zweckmäßigerweise  $a) \Rightarrow b) \Rightarrow c) \Rightarrow a)$  (sog. *Ringschluß*).
  - a)  $A \subseteq B$
  - b)  $A \cup B = B$
  - c)  $A \cap B = A$ .
- 7) Bestimmen Sie für beliebige Mengen  $A$  und  $B$ 
  - a)  $A \cap \emptyset$
  - b)  $A \setminus \emptyset$
  - c)  $\emptyset \setminus A$
  - d)  $A \cup (A \cap B)$
  - e)  $A \cap (A \cup B)$ .
- 8) Veranschaulichen Sie mit Hilfe der Venn-Diagramme die folgenden Gesetze und beweisen Sie diese
  - a)  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
  - b)  $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$ .
- 9) Bilden Sie zu den nachstehenden Mengen ihre Potenzmengen:
  - a)  $\{x \mid x^2 = x \wedge x \in \mathbf{R}\}$
  - b)  $\{x \in \mathbf{Z} \setminus \mathbf{N} \mid \exists y \in \mathbf{Z} \setminus \mathbf{N}: |x| + |y| = 2\}$ .