Übungen zur Mathematik 1 **Garloff**

Blatt 12

1) Bestimmen Sie die inverse Matrix zu $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 8 & -5 & 2 \\ -11 & 7 & -3 \end{pmatrix}$.

2) Es sei $G := \{A \in \mathbf{R}^{n,n} \mid |\det(A)| = 1\}$. Zeigen Sie, dass G bzgl. der Matrizenmultiplikation abgeschlossen ist, d. h. für $A, B \in G$ gilt auch $A \cdot B \in G$. Bildet $(G,\cdot)$ eine Gruppe?

3) Bestimmen Sie sämtliche Lösungen der Gleichung $z^4 - z^3 - z^2 - z - 2 = 0$.
Hinweis: $z_1 = j$ ist eine Lösung.

4) Welches Polynom sechsten Grades mit reellen Koeffizienten besitzt die einfache Nullstelle $z_1 = 1 - 2j$ und die doppelte Nullstelle $z_2 = j$?

5) Bestimmen Sie die Eigenwerte und –vektoren der folgenden Matrizen

a) $\begin{pmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 1 & 3 & -2 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ b) $\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Hinweis zu b): Versuchen Sie zunächst, die Determinante zu vereinfachen, indem Sie durch eine elementare Umformung einen Koeffizienten zu Null machen und einen von λ abhängigen Faktor herausziehen.

6) Gegeben ist die Matrix

$$A := \begin{pmatrix} \sqrt{3} & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & \sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

a) Bestimmen Sie die Eigenwerte und –vektoren der Matrix A.

b) Geben Sie ein Orthonormalsystem des $\mathbf{R}^3$ aus Eigenvektoren von A an.