

Blatt 13

1) Lösen Sie die folgenden goniometrischen Gleichungen (im Bogenmaß)

- a) $\cos 2x - \cos x = 0$
- b) $6\cos^2 x + \sin x - 5 = 0$
- c) $\sin 2x + 3\sin x - 2\tan x = 0.$

2) Ermitteln Sie die Grenzwerte (ohne Verwendung der Regeln von Bernoulli und de L'Hospital)

- a) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 4x}{2x + 8}$
- b) $\lim_{x \rightarrow -\frac{2}{3}} \frac{9x^2 - 4}{3x + 2}$
- c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + x - x^2}{2x^2 + 3}$
- d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 2x}{3x^5 - 7}$
- e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+3x} - 1}$
- f) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}$ Hinweis: Substituieren Sie $x = t^6$.
- g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$
- h) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$.

3) Untersuchen Sie die folgenden Funktionen f auf mögliche Definitionslücken. Lässt sich f stetig ergänzen? Wie lautet die gegebenenfalls existierende stetige Ergänzung f^* zu f ?

- a) $f(x) = \frac{x^2}{x}$
- b) $f(x) = \frac{x}{x^2}$
- c) $f(x) = \frac{2x^4 - 6x^3 + x^2 + 3}{x - 1}$
- d) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{|x + 1|}$.

4) Für welche $x \in \mathbf{R}$ sind folgende Funktionen stetig bzw. stetig ergänzbar?

- a) $f(x) = \frac{x}{1 - x^2}$
- b) $f(x) = \frac{x}{1 + x^2}$
- c) $f(x) = \exp(-|x|)$
- d) $f(x) = \exp(-|x|) \cdot \operatorname{sgn} x$

e) $f(x) = \begin{cases} \frac{2|x| - x}{x} & \text{falls } x \neq 0 \\ -3 & \text{falls } x = 0 \end{cases}$