**Übungen zur Mathematik 1** **Garloff**

**Blatt 8**

1) Welche der folgenden Abbildungen sind linear? Hierbei sei der $\mathbf{R}^n$ mit den üblichen Verknüpfungen als Vektorraum über dem Skalarkörper $\mathbf{R}$ aufgefasst.

a) $\phi_1 : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $a \mapsto a^3$

b) $\phi_2 : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $a \mapsto |a|$

c) $\phi_3 : \mathbf{R} \to \mathbf{R}^2$, $a \mapsto (a+1, a-1)$

d) $\phi_4 : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $(\alpha_1, \alpha_2) \mapsto (\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_1 + \alpha_2)$

e) $\phi_5 : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^2$, $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) \mapsto (\alpha_1, \alpha_2)$

2) Es sei $\phi : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^3$ definiert durch

$$\phi(a) = (\alpha_1 + \alpha_2) w^{(1)} + \alpha_3 w^{(2)} + (\alpha_2 + \alpha_4) w^{(3)},$$

wobei $w^{(1)} := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $w^{(2)} := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $w^{(3)} := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $a = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{pmatrix}$.

a) Zeigen Sie, dass $\phi$ linear ist.

b) Bestimmen Sie den Kern von $\phi$ und dessen Dimension.

c) Ermitteln Sie das Bild von $\phi$.

3) Berechnen Sie die folgenden Matrizenprodukte

a) $\begin{pmatrix} 2 & 7 & -3 & -4 \\ 2 & 6 & -4 & -5 \\ 6 & 4 & -3 & -2 \\ 8 & 5 & -6 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 6 & 7 \end{pmatrix}$,

b) $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -28 & 93 \\ 38 & -126 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

4) Rechnen Sie nach

$$\begin{pmatrix} -3 & -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & -2 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & -7 \\ 4 & -6 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -32 & -24 \end{pmatrix}.$$