

Blatt 2

Vorbemerkung:

Für die Blätter 2 und 3 darf nur die Integraltafel der Vorlesung verwendet werden.

1. Bestimmen Sie sämtliche Stammfunktionen zu

a) $f(x) = 5 \cos x + e^{2x}$ b) $f(x) = \sqrt{x}\sqrt{x}$.

2. Lösen Sie die folgenden unbestimmten Integrale

a) $\int \frac{3-4x^3}{2x} dx$ b) $\int \frac{2x^4 - 3\sqrt{x}}{7\sqrt[3]{x^4}} dx$

c) $\int_0^x f(t) dt$, wobei $f(x) = \begin{cases} 1, & x \in [0,2] \\ 2x-3 & x \in (2,4] \end{cases}$.

3. Wie lautet die Funktionsgleichung der durch den Punkt $P(\frac{\pi}{2}, 0)$ verlaufenden Kurve mit

der Ableitung $y' = \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{\pi}{x^2}$?

4. Welchen Wert besitzen die folgenden bestimmten Integrale?

a) $\int_1^e \frac{dt}{t}$ b) $\int_0^e \exp(x/e) dx$

c) $\int_{-1}^2 |x| dx$ d) $\int_{-1}^1 x|x| dx$.

5. Lösen Sie die folgenden Integrale mittels einer geeigneten Substitution

a) $\int (3-2x)^4 dx$ b) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{5-6x}}$

c) $\int x^2 e^{x^3-2} dx$ d) $\int \sin x \cdot \cos x dx$

e) $\int \frac{3x-2}{6x^2-8x+7} dx$ f) $\int (x^3-2x)^5 (3x^2-2) dx$.

6. Es sei die Funktion f integrierbar über $[-a, a]$. Zeigen Sie mittels Substitution, dass gilt

$$\int_{-a}^a f(x) dx = \begin{cases} 0, & \text{falls } f(-x) = -f(x) \\ 2 \int_0^a f(x) dx, & \text{falls } f(-x) = f(x) \end{cases} \quad \forall x \in [-a, a].$$