

Blatt 4

1. Bestimmen Sie (etwa mit Hilfe der Partialbruchzerlegung) eine geeignete Darstellung der  $n$ -ten Partialsumme der folgenden Reihe und berechnen Sie den Reihenwert

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{2k+1}{k(k+1)}.$$

2. Prüfen Sie die Konvergenz der nachstehenden alternierenden Reihen mit Hilfe des Leibniz-Kriteriums

a)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{2k+1}$

b)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} k}{k^2+1}$ .

3. Verwenden Sie das Quotienten- bzw. Wurzelkriterium, um die Konvergenz bzw. Divergenz der nachstehenden Reihen zu zeigen

a)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{100^k}{k!}$

b)  $\sum_{k=1}^{\infty} (\sqrt[k]{a} - 1)^k$ ,  $0 < a$

c)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot (2k)}$

d)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!}{k^8}$

e)  $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{(-1)^k 3^{k-1}}{2 \cdot 4 \cdot \dots \cdot (2k-2)}$

f)  $\sum_{k=1}^{\infty} k^5 \left(\frac{8}{9}\right)^k$ .

4. Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz

a)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos(k\pi)}{k+1}$

b)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\binom{2k}{k}}$

c)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\arctan(k)}$

d)  $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\arctan(k)}\right)^k$

e)  $\frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}-1} - \frac{1}{\sqrt{3}+1} + - \dots$ .

5. Schätzen Sie ab, wie viele Glieder mindestens summiert werden müssen, wenn  $\frac{\pi}{4}$  durch

$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{2k-1}$  auf vier Stellen genau zu berechnen ist.