Übungen zur Mathematik 2 **Garloff**

Blatt 6

1. Gegeben sind die drei Flächen F_1, F_2, F_3 durch folgende Gleichungen

$$F_1 : x^2 + y^2 - z^2 = 0 \qquad F_2 : x^2 + y^2 - z^2 = 1 \qquad F_3 : x^2 + y^2 - z^2 = -1 .$$

   a) Bestimmen und skizzieren Sie jeweils die Schnittkurven mit den Koordinatenebenen.
   b) Wie lautet die jeweilige Gleichung der Höhenlinien?
   c) Um was für eine Fläche handelt es sich jeweils?

2. Bilden Sie die partiellen Ableitungen der folgenden beiden Funktionen

   a) $f(x, y) = e^{\sin(xy)} + e^{\cos(x+y)}$ b) $f(x, y, z) = e^{xy} \ln y + z^2 \cos(yz^3)$.

3. Messungen an einem Kreiskegel ergeben für den Radius 5 cm mit einem möglichen Fehler von 0.2 mm und für die Höhe 8 cm mit einem möglichen Fehler von 0.25 mm. Schätzen Sie unter Verwendung des totalen Differentials ab, wie viel Prozent der Fehler bei der Berechnung des Kegelvolumens aus diesen beiden Messungen höchstens betragen kann.

4. Berechnen Sie die relativen Extrema der Funktion

$$f(x, y) = (1 - x^2)^2 + (e^y - x^2)^2,\ x, y \in \mathbf{R}.$$

   Wo wird das globale Minimum der Funktion f angenommen?

5. Gegeben ist die Funktion

$$f(x, y) = (4x^2 + y^2)\exp(-x^2 - 4y^2),\ x, y \in \mathbf{R}.$$

   Bestimmen Sie alle stationären Stellen von f, d.h. diejenigen Stellen, an denen die partiellen Ableitungen 1. Ordnung sowohl nach x als auch nach y verschwinden. An einer dieser Stellen (an welcher?) nimmt f sein globales Minimum an. Weshalb?

6. Die absoluten Extrema der Funktion

$$f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 2x - 2.5y$$

   sind im Dreieck

$$\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid -1 \le x \le 1 \ \wedge\ 0 \le y \le x + 1\}$$

   zu bestimmen.

7. Welche Abmessungen muss ein quaderförmiger, oben offener Behälter von 32 m^3 Rauminhalt haben, damit seine Oberfläche möglichst klein ist?
   Hinweis: Eliminieren Sie mit Hilfe einer Nebenbedingung eine der drei Variablen (x, y für die Grundfläche, z für die Höhe).