

Blatt 1

1. Zeichnen Sie das Richtungsfeld der DGL $y' + \frac{y}{x} = 0, x \neq 0$, und ermitteln Sie graphisch diejenige Lösungskurve, die durch den Punkt $P(1,1)$ verläuft.

2. Die Erdbevölkerung P betrug im Jahr 2005 ca. 6.5 Milliarden Menschen. Die beiden folgenden Teilaufgaben sind mit Hilfe von Differentialgleichungen zu lösen.
 - a) In welchem Jahr wird sie 9 Milliarden erreichen, wenn angenommen wird, daß sie 0.7 % im Jahr zunimmt?
 - b) Stellen Sie P als Funktion der Zeit t dar unter den beiden folgenden Annahmen:
 - i) Die Erde kann nicht mehr als 20 Milliarden Menschen ernähren (kritischer Schwellenwert);
 - ii) die jeweilige Bevölkerungszuwachsrates ist proportional zu der Differenz zu diesem Schwellenwert.

3. Bestimmen Sie zu den nachstehenden DGLn die allgemeinen Lösungen und bei Anfangswertvorgabe auch die entsprechenden partikulären Lösungen
 - a) $yy' + x = 0$; interpretieren Sie die Lösung geometrisch.
 - b) $xy' - ay' - y + b = 0, a, b \text{ const.}$; interpretieren Sie die Lösung geometrisch.
 - c) $xyy' - \ln x = 0, y(e) = -1$.
 - d) $y' - xy + x\sqrt{y} = 0, y(0) = 0$

Hinweis: $\int \frac{dy}{y - \sqrt{y}}$ löse man mit Hilfe der Substitution $u = \sqrt{y}$.