

Blatt 3

1. Berechnen Sie die folgenden Integrale mittels Substitution

a) $\int_0^2 2x^2 \sqrt{x^3 + 1} \, dx$

b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sqrt{1 + \sin x}} \, dx$

c) $\int_1^2 \frac{x}{(1 + 2x)^3} \, dx$ Hinweis: Drücken Sie zur Substitution des Zählers x durch u aus.

2. Bestimmen Sie die folgenden Integrale durch partielle Integration

a) $\int x^2 \ln x \, dx$

b) $\int_0^1 \arctan x \, dx$.

3. Lösen Sie die folgenden Integrale mittels Partialbruchzerlegung

a) $\int \frac{x^3 - x^2 - x - 1}{x^3 - x^2} \, dx$

b) $\int \frac{1}{(x-1)(x^2 + 4x + 5)} \, dx$.

4. Berechnen Sie die folgenden Integrale unter Verwendung einer geeigneten Integrationsmethode

a) $\int_1^2 \frac{\sqrt{\ln x}}{x} \, dx$

b) $\int_1^2 \ln\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) \, dx$

c) $\int_{-1}^1 \frac{t^3}{\sqrt{1+t^2}} \, dt$

d) $\int \frac{dx}{x \ln x}$

e) $\int \frac{3x - 4}{x^2 - 6x + 34} \, dx$

f) $\int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2} \, dx$.

5. Untersuchen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale auf Existenz und berechnen Sie im Fall der Existenz den Integralwert:

a) $\int_0^4 \frac{dx}{(4-x)^{\frac{3}{2}}}$

b) $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{|x-1|}}$

c) $\int_1^\infty \frac{dx}{\sqrt{x}}$

d) $\int_0^\infty e^{-x} \sin x \, dx$

e) $\int_{-\infty}^\infty \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$

f) $\int_0^\infty \frac{e^{x-2}}{x^3} \, dx$.

6. Berechnen Sie den Inhalt der von den Kurven der Funktionen $y = e^{x-1}$ und $y = e^{1-x}$ und der y -Achse eingeschlossenen Fläche.

7. Welchen Inhalt hat das durch folgende Ungleichungen beschriebene Flächenstück

$$0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \quad \text{und} \quad \tan x \leq y \leq \sin(2x) ?$$