

Übungen zur Mathematik 2 /AIT

Blatt 9

1. Lösen Sie das folgende Differentialgleichungssystem mit Hilfe der Laplace-Transformation

$$\begin{aligned}\dot{x} + 2x + \dot{y} + 2y &= 0 \\ 2\dot{x} + x + 5\dot{y} + 4y &= 3e^{-t}\end{aligned}$$

mit den Anfangsbedingungen $x(0) = 0$, $y(0) = 1$.

2. Das Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned}\dot{x} + \dot{y} + x &= 0 \\ \dot{x} - \dot{y} - y &= f(t)\end{aligned}$$

wobei

$$f(t) := \sigma(t) - \sigma(t - T)$$

mit den Anfangsbedingungen

$$x(0) = y(0) = 0$$

soll mit Hilfe der Laplace-Transformation gelöst werden.

- Bestimmen Sie die Laplace-Transformierten $X(s)$ und $Y(s)$ zu $x(t)$ und $y(t)$.
- Berechnen Sie $x(t)$ für die beiden Intervalle $[0, T)$ und $[T, \infty)$ durch Rücktransformation der in a) ermittelten Bildfunktion $X(s)$.
- Die Lösung y lässt sich mittels Faltungssatz in der Form

$$y(t) = \int_0^t f(\tau) h(t - \tau) d\tau$$

darstellen. Geben Sie die Funktion h an. Die Auswertung des Integrals ist nicht verlangt.