


# Punktoperationen

## Industrielle Bildverarbeitung, Vorlesung No. 3<sup>1</sup>

M. O. Franz

24.10.2007

---

<sup>1</sup> falls nicht anders vermerkt, sind die Abbildungen entnommen aus Burger & Burge, 2005. 

# Überblick

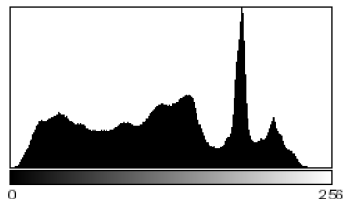
- 1 Histogramme
- 2 Punktoperationen
- 3 Histogrammausgleich

# Histogramme



- **Histogramme:** Häufigkeitsverteilungen
- **Histogramme in Bildern:** Häufigkeiten einzelner Intensitätswerte im Bild

# Histogramm eines Grauwertbildes

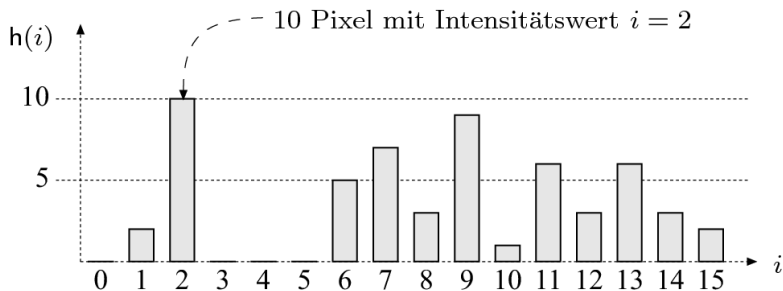


Count: 1920000      Min: 0  
Mean: 118.848      Max: 251  
StdDev: 59.179      Mode: 184 (30513)

- Bei Intensitätswerten  $I(u, v) \in [0, K - 1]$  hat das Histogramm  $K$  Einträge.
- Histogrammeintrag  $h(i)$  ist definiert als

$$h(i) = |\{(u, v) | I(u, v) = i\}|$$

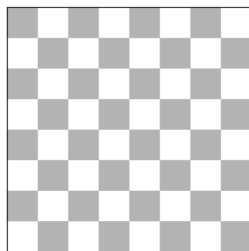
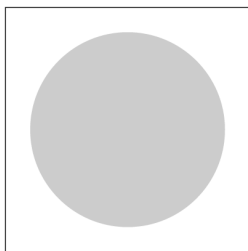
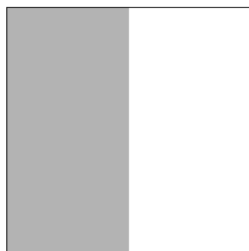
# Beispiel Histogrammvektor



$h(i)$	0	2	10	0	0	0	5	7	3	9	1	6	3	6	3	2
$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

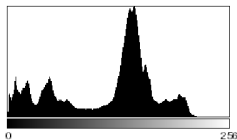
Histogrammvektor eines Bildes mit 16 möglichen Intensitätswerten

# Eigenschaften und Nutzen von Histogrammen



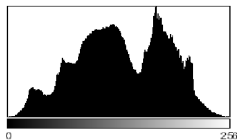
- Völlig unterschiedliche Bilder können identische Histogramme haben.
- Histogramm zeigt
  - Belichtung
  - Kontrast
  - Dynamik
  - Bildfehler

# Belichtung



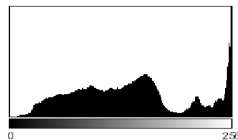
(a)

Unterbelichtung



(b)

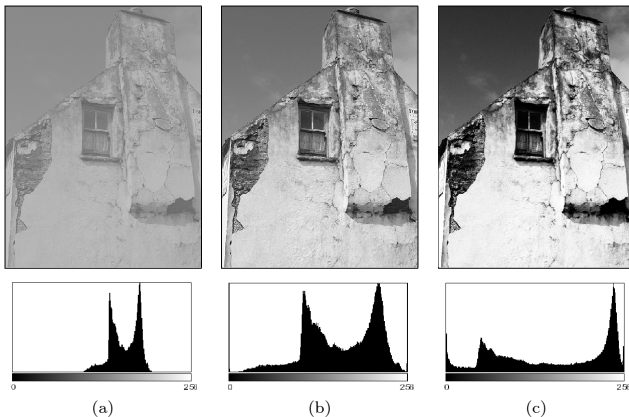
korrekt



(c)

Überbelichtung

# Kontrast

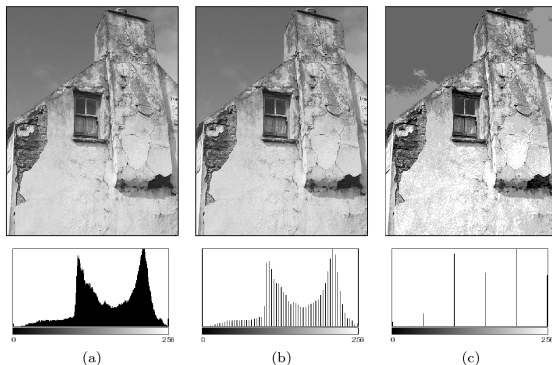


**Kontrast:** genutzter Intensitätsbereich im Bild, d.h.

$$I_{\max} - I_{\min} \quad \text{oder} \quad \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\text{mean}}}$$

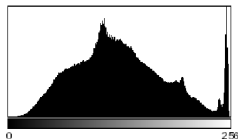


# Dynamik



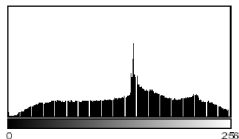
- **Dynamik:** Anzahl verschiedener Intensitätswerte im Bild
- Die maximale Dynamik wird dann erreicht, wenn alle zwischen  $I_{\min}$  und  $I_{\max}$  liegenden Grauwerte im Bild vorkommen.
- Dynamik kann nicht nachträglich erhöht werden

# Bildfehler



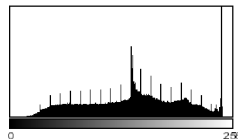
(a)

Sättigung



(b)

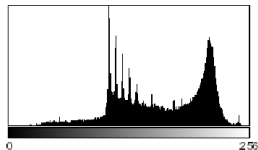
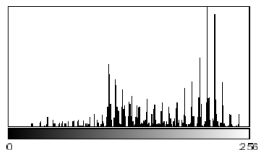
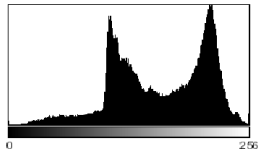
Löcher



(c)

Spitzen

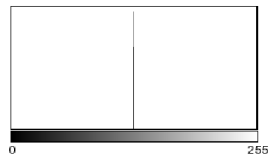
# Auswirkungen von Bildkompression - GIF



# Auswirkungen von Bildkompression - JPEG



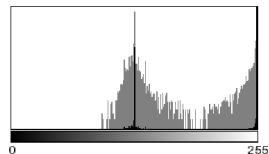
(a)



(b)



(c)



(d)

# Histogramme für Bilder mit mehr als 8 Bit

**Binning:** Zählung der Intensitätswerte in  $B$  Intervallen

$[a_j, a_{j+1}]$ :

$$h(i) = |\{(u, v) | a_j \leq I(u, v)\}| < a_{j+1}.$$

Bei gleichgroßen Bins ergibt sich eine Intervallgröße  $k_B = K/B$  mit  $a_j = jk_B$ .

Implementierung:

$$j = \left\lfloor I(u, v) \frac{B}{K} \right\rfloor$$

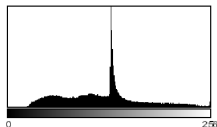
Beispiel:  $B = 256$  bei 14-Bit-Bild

$h(0)$	←	$0 \leq I(u, v) <$	$64$
$h(1)$	←	$64 \leq I(u, v) <$	$128$
$h(2)$	←	$128 \leq I(u, v) <$	$192$
$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
$h(j)$	←	$a_j \leq I(u, v) <$	$a_{j+1}$
$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
$h(255)$	←	$16320 \leq I(u, v) <$	$16384$

# Histogramme von Farbbildern



(a)

(b)  $h_{Lum}$ 

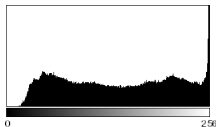
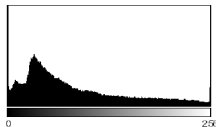
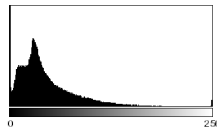
(c) R



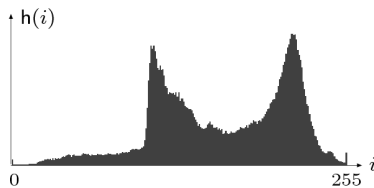
(d) G



(e) B

(f)  $h_R$ (g)  $h_G$ (h)  $h_B$

# Kumulatives Histogramm



$$H(i) = \sum_{j=0}^i h(j) \quad \text{bzw.} \quad H(i) = H(i-1) + h(i)$$

# Überblick

- 1 Histogramme
- 2 Punktoperationen
- 3 Histogrammausgleich



# Punktoperationen

**Punktoperation**  $f$ : jeder neue Pixelwert hängt ausschließlich vom alten Pixelwert ab, **unabhängig** von anderen Pixelwerten im Bild

$$I_{\text{neu}}(u, v) \leftarrow f(I_{\text{alt}}(u, v), u, v).$$

**Homogene** Punktoperation:  $f$  ist unabhängig von den Bildkoordinaten

$$I_{\text{neu}}(u, v) \leftarrow f(I_{\text{alt}}(u, v)).$$

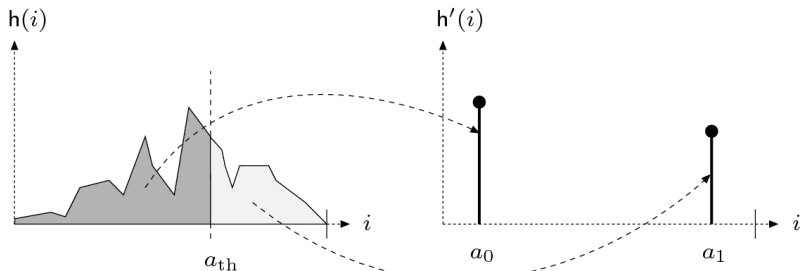
Beispiele:

- Änderung von Kontrast und Helligkeit
- Anwendung beliebiger Helligkeitskurven
- Invertieren und Addieren von Bildern
- Schwellwertbildung
- Gammakorrektur

Realisierung oft über Lookup-Tabellen (LUTs)

# Änderung der Bildintensität

- Kontraständerung:  $f_c(a) = 1.5 \cdot a$
- Helligkeitsänderung:  $f_b(a) = a + 10$
- Beschränkung (*clamping*): if  $(a > 255) a = 255$ ; bzw. if  $(a < 0) a = 0$ ;
- Invertieren:  $f_{inv}(a) = a_{max} - a$
- Schwellwert:  $f_{th}(a) = a_0$  für  $a < a_{th}$  und  $f_{th}(a) = a_1$  für  $a \geq a_{th}$



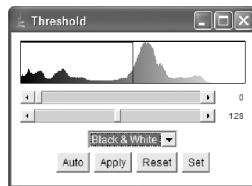
# Schwelldwertoperation: Binarisierung



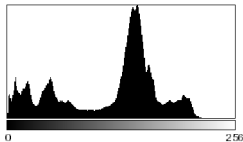
(a)



(b)



(e)

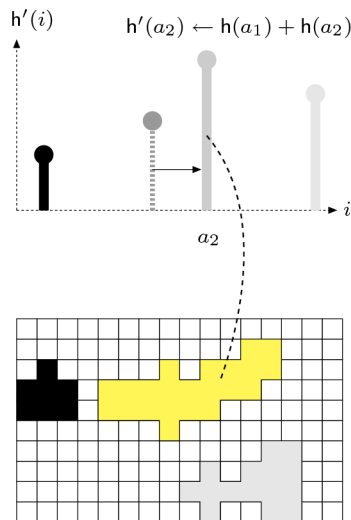
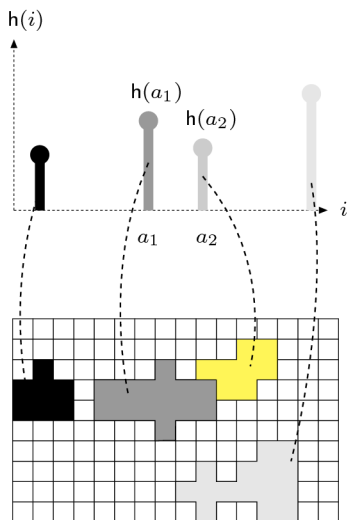


(c)



(d)

# Verlust von Bildinformation/Dynamik durch Pixeloperationen



# Alpha-Blending

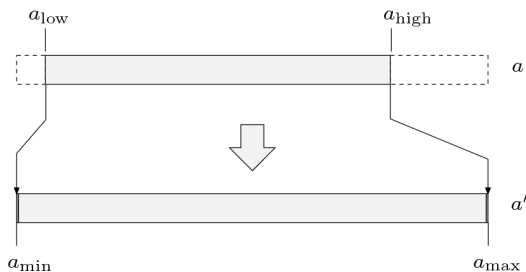
 $I_{BG}$  $\alpha = 0.25$  $I_{FG}$  $\alpha = 0.50$ 

$$I'(u, v) = \alpha I_{BG}(u, v) + (1 - \alpha) I_{FG}(u, v)$$

# Automatische Kontrastanpassung

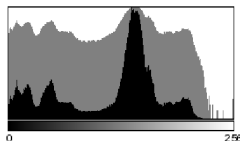
**Einfache Kontrastanpassung:** Dehne und verschiebe Histogramm so, daß dunkelster Pixel  $a_{\text{low}}$  auf  $a_{\text{min}}$ , hellster Pixel  $a_{\text{high}}$  auf Maximalwert  $a_{\text{max}}$  fällt:

$$f_{\text{ac}}(a) = (a - a_{\text{low}}) \frac{a_{\text{max}} - a_{\text{min}}}{a_{\text{high}} - a_{\text{low}}}$$

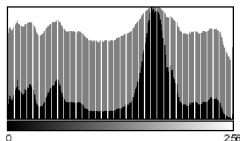


Problem: einzelne Ausreißer können gesamtes Bild beeinflussen.

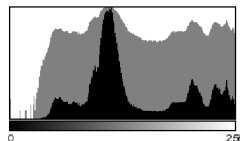
# Automatische Kontrastanpassung und Invertierung (Beispiel)



(a)



(b)



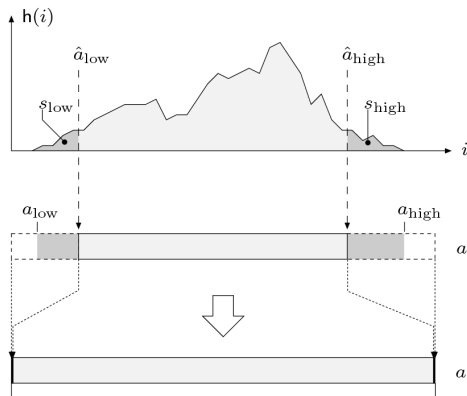
(c)

# Robuste Kontrastanpassung mit Quantilen

Sei  $s_{\text{low}}$ ,  $s_{\text{high}}$  der Anteil der Pixel, der in Dunkel- bzw. Hellsättigung übergehen darf,  $A$  ist die Fläche des Bildes in Pixeln.

$$\text{Quantile: } \hat{a}_{\text{low}} = \min\{i | H(i) \geq A s_{\text{low}}\}$$

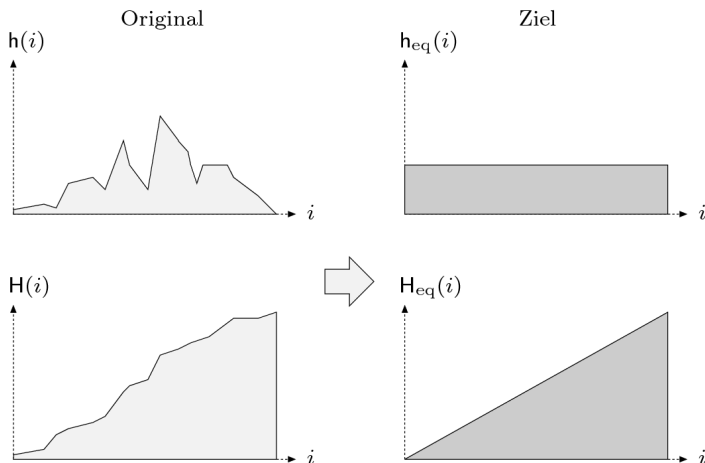
$$\hat{a}_{\text{high}} = \min\{i | H(i) \leq A(1 - s_{\text{high}})\}$$





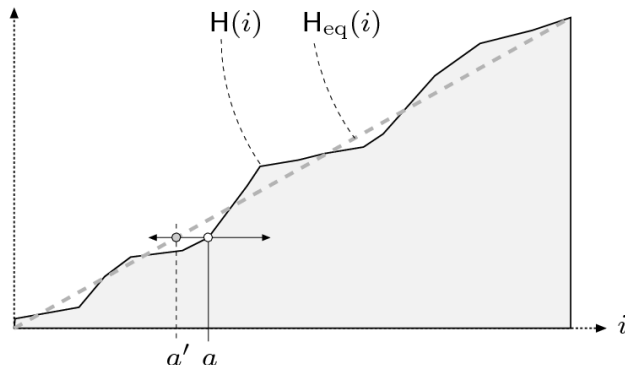
# Linearer Histogrammausgleich

Ziel: Bild durch homogene Punktoperation so verändern, daß es ein **gleichverteiltes** Histogramm aufweist. Gleichverteilte Grauwerte haben theoretisch den höchsten Informationsgehalt.



# Näherungsweise linearer Histogrammausgleich

- Homogene Punktoperationen können Histogrammeinträge nur verschieben oder zusammenfügen, nicht aber **trennen**.
- Die Histogrammeinträge werden so verschoben, daß sich näherungsweise ein keilförmiges Histogramm ergibt.



# Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten

Summe der Histogrammeinträge ergibt die Bildfläche in Pixeln:

$$\sum_i h(i) = A$$

**Normalisiertes Histogramm** (Wahrscheinlichkeitsverteilung):

$$p(i) = \frac{h(i)}{\sum_i h(i)}$$

mit

$$\sum_i p(i) = 1.$$

**Diskrete (kumulative) Verteilungsfunktion:**

$$P(i) = \sum_{j=0}^i p(j) = \sum_{j=0}^i \frac{h(j)}{\sum_i h(i)}$$

mit

$$P(0) = 0 \quad \text{und} \quad P(K-1) = \sum_{j=0}^{K-1} p(j) = 1$$

# Ableitung der Punktoperation

Fundamentaltheorem für transformierte Zufallsvariablen (s. Papoulis, 1991)

Wird eine Zufallsvariable  $a$  mit Wahrscheinlichkeitsverteilung  $p(a)$  mit der Punkttransformation  $a' = f(a)$  transformiert, so erhält man die neue Wahrscheinlichkeitsverteilung

$$p(a') = \frac{p(a)}{\left| \frac{d}{da} f(a) \right|}$$

Für die Punktoperation mit der kumulativen Verteilungsfunktion

$$a' = f(a) = \int_0^a p(x) dx$$

erhält man

$$\frac{d}{da} f(a) = p(a) \quad \text{und} \quad p(a') = \frac{p(a)}{p(a)} = 1,$$

also eine Gleichverteilung der Grauwerte.

# Homogene Punktoperation für Histogrammausgleich

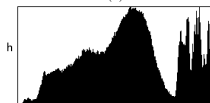
$$\text{ideal: } f(a) = \int_0^a p(w) dw \quad \text{praktisch: } f_{\text{eq}}(a) = \left[ H(a) \frac{K-1}{A} \right]$$



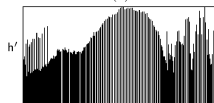
(a)



(b)



(c)



(d)



(e)



(f)